

## Exercice

On lance deux dés cubiques équilibrés et on fait la somme des nombres obtenus.

Le tableau ci-dessous résume les probabilités d'obtention de chaque résultat possible de la somme.

Somme	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Probabilité	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

On joue au jeu suivant composé de quatre règles :

- règle 1 : si la somme obtenue est paire, le joueur gagne 1 point ;
- règle 2 : si la somme obtenue est un multiple de 3, le joueur gagne 2 points ;
- règle 3 : si la somme obtenue vaut au moins 10, le joueur gagne 5 points ;
- règle 4 : dans les autres cas (donc si la somme obtenue vaut 5 ou 7), le joueur perd 10 points.

Les points sont cumulables : si la somme obtenue vaut 10, le joueur remporte alors  $1 + 5 = 6$  points.

**1.** Pour tout entier  $k \in \{1 ; 2 ; 3 ; 4\}$ , on note  $X_k$  la variable aléatoire correspondant aux points obtenus grâce à la règle  $k$ .

Déterminer la loi de probabilité de chacune des quatre variables aléatoires  $X_k$  puis en déduire leur espérance.

**2.** On pose  $X$  la variable aléatoire correspondant au total des points obtenus à l'issue de la partie.

**a.** Écrire  $X$  en fonction des variables aléatoires  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  et  $X_4$ .

**b.** En déduire  $E(X)$ . Le jeu est-il favorable au joueur ?

**3.** Un groupe de 18 amis décide de jouer chacun une fois à ce jeu. On note  $Y_1 ; \dots ; Y_{18}$  les variables aléatoires correspondant aux points obtenus par chacun des joueurs et  $Y$  la variable aléatoire correspondant au gain obtenu par le groupe.

**a.** Exprimer  $Y$  en fonction des variables aléatoires  $Y_1 ; \dots ; Y_{18}$ .

**b.** Pour tout  $k \in \{1 ; \dots ; 18\}$ , comparer  $E(Y_k)$  et  $E(X)$ .

**c.** En déduire  $E(Y)$  puis interpréter le résultat obtenu.